**Характерным признаком**, по которому можно определить уравнения Бернулли, является наличие функции «игрек» в степени «эн»: y^n.

*Уравнение Бернулли* является одним из наиболее известных *нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка*. Оно записывается в виде

y′+a(x)y=b(x)ym,

где a(x) и b(x) − непрерывные функции.   
  
Если m=0, то уравнение Бернулли становится [линейным дифференциальным уравнением](http://www.math24.ru/%D0%BB%D0%B8%D0%BD%D0%B5%D0%B9%D0%BD%D1%8B%D0%B5-%D1%83%D1%80%D0%B0%D0%B2%D0%BD%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F-%D0%BF%D0%B5%D1%80%D0%B2%D0%BE%D0%B3%D0%BE-%D0%BF%D0%BE%D1%80%D1%8F%D0%B4%D0%BA%D0%B0.html). В случае когда m=1, уравнение преобразуется в [уравнение с разделяющимися переменными](http://www.math24.ru/%D1%83%D1%80%D0%B0%D0%B2%D0%BD%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F-%D1%81-%D1%80%D0%B0%D0%B7%D0%B4%D0%B5%D0%BB%D1%8F%D1%8E%D1%89%D0%B8%D0%BC%D0%B8%D1%81%D1%8F-%D0%BF%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%BC%D0%B5%D0%BD%D0%BD%D1%8B%D0%BC%D0%B8.html).   
  
В общем случае, когда m≠0,1, уравнение Бернулли сводится к линейному дифференциальному уравнению с помощью подстановки

z=y1−m.

Новое дифференциальное уравнение для функции z(x) имеет вид

z′+(1−m)a(x)z=(1−m)b(x)

|  |
| --- |
| **Пример 1** |
|  |
| Найти общее решение уравнения y′−y=y2ex.  *Решение.*  Для заданного уравнения Бернулли m=2, поэтому сделаем подстановку  z=y1−m=1y.  Дифференцируя обе части уравнения (переменная y при этом рассматривается как сложная функция x), можно записать:  z′=(1y)′=−1y2y′.  Разделим обе части исходного дифференциального уравнения на y2:  y′−y=y2ex,⇒y′y2−1y=ex.  Подставляя z и z′, находим:  −z−z=ex,⇒z′+z=−ex.  Мы получили линейное уравнение для функции z(x). Решим его с помощью интегрирующего множителя:  u(x)=e∫1dx=ex.  Общее решение линейного уравнения выражается формулой  z(x)=∫u(x)f(x)dx+Cu(x)=∫ex(−ex)dx+Cex=−x+Cex=(C−x)e−x.  Возвращаясь к функции y(x), получаем ответ в неявной форме:  y=1z=1(C−x)e−x,  который можно записать также в виде:  y(C−x)=ex.  Заметим, что при делении уравнения на y2 мы потеряли решение y=0. В результате, полный ответ записывается в виде:  y(C−x)=ex,y=0. |